



## TD/Arithmétique - Division euclidienne

**Exercice1** : Division euclidienne dans  $\mathbb{Z}$  avec des entiers négatifs  
Dans chaque cas, déterminer le reste et le quotient dans la division euclidienne de : 65 par -7

-65 par -7 et -65 par 7

**Exercice2** : déterminer un reste dans une division euclidienne  
 $n$  et  $p$  sont deux entiers naturels. On sait que le reste de la division euclidienne de  $n$  par 11 vaut 8 et que le reste de la division euclidienne de  $p$  par 11 vaut 7.

Quel est le reste de la division euclidienne de  $n + p$  par 11 ? Traduire l'énoncé à l'aide d'une division euclidienne Un entier naturel  $n$  est tel que si on le divise par 5 le reste vaut 3 et si on le divise par 6 le reste augmente de 1 et le quotient diminue de 1. Déterminer  $n$ .

**Exercice3** : déterminer les restes possibles

Dans la division euclidienne de 1620 par un entier  $b$  non nul, le quotient est 23 et le reste  $r$ . déterminer les valeurs possibles pour  $b$  et  $r$ .

**Exercice4** : Disjonction de cas et division euclidienne  
démontrer que pour tout entier naturel  $n$ ,  $n(2n^2 + 1)$  est divisible par 3.

**Exercice5** : déterminer un reste avec une division euclidienne  
1. Sachant que le reste de la division euclidienne de l'entier naturel  $a$  par 12 est 7, déterminer le reste de la division euclidienne de  $a$  par 3.

2. Sachant que le reste de la division euclidienne de l'entier naturel  $b$  par 3 est 2, déterminer les valeurs possibles du reste de la division euclidienne de  $b$  par 12.

**Exercice6**: Soit  $n$  un entier naturel. déterminer en fonction de  $n$ , le reste dans la division euclidienne de  $n^2 + 5n + 7$  par  $n + 3$ .

**Exercice7**: Soit  $n$  un entier naturel. Déterminer en fonction de  $n$ , le reste dans la division euclidienne de  $7n + 6$  par  $3n + 1$ .

**Exercice8**: Soit  $n$  un entier naturel. Déterminer en fonction de  $n$ , le reste dans la division euclidienne de  $4n - 3$  par  $n + 3$ .

**Exercice9** : Division euclidienne pour montrer que A divise B  
Soit  $n$  un entier naturel.

1. déterminer, en fonction de  $n$ , le reste dans la division euclidienne de  $n^2 + 2$  par  $n + 1$ .



2. En d'enduire les valeurs de  $n$  pour lesquelles  $n + 1$  divise  $n^2 + 2$ .

**Exercice10** : La somme de deux entiers naturels  $a$  et  $b$  vaut 1400. La division euclidienne de  $a$  par  $b$  donne un reste de 16.

1) Traduire l'énoncé. Quelle condition a-t-on sur  $b$  ?

2) Montrer que  $b$  est un diviseur de 1384.

3) En utilisant le fait que 173 est premier, déterminer les valeurs possibles de  $a$  et  $b$ .

**Exercice11** :  $n$  est un entier relatif. Le reste de la division euclidienne de  $n$  par 13 est 7. 1) Quel est le reste dans la division euclidienne de  $n^2$  par 13.

2) Quel est le reste dans la division euclidienne de  $1 - 3n$  par 13.

**Exercice12** : Algorithmique et division euclidienne

Ecrire un algorithme qui affiche le quotient et le reste dans la division euclidienne de  $a$  par  $b$  dans le cas où  $a$  et  $b$  sont deux entiers naturels. Les seules opérations autorisées sont l'addition et la soustraction.

**Exercice13** : Montrer que pour tous entiers  $a$  et  $b$ ,  $ab(a^2 - b^2)$  est divisible par 3.

Sachant que  $23 \times 51 + 35 = 1208$ , répondre rapidement aux questions suivantes :

1) Quels sont le quotient et le reste de la division euclidienne de 1208 par 51 ?

2) Quels sont le quotient et le reste de la division euclidienne de 1208 par 23 ?

**Exercice14** : "Je suis un entier naturel. Quand on me divise par 4, le reste est 3, mais quand on me divise par 5, le reste est 1 et le quotient inchangé.

Qui suis-je ?"

**Exercice15** : Soit  $a$  un entier qui a pour reste 4 dans la division euclidienne par 6 et  $b$  un entier qui a pour reste 3 dans la division euclidienne par 6.

Montrer que le produit de  $a$  par  $b$  est divisible par 6.

**Exercice16** : Trouver tous les entiers naturels qui ont un reste égal au cube de leur quotient dans la division euclidienne par 64.

**Exercice17** : Soit  $n$  un entier naturel non nul, déterminer le quotient et le reste de la division euclidienne de  $2n^2 + n$  par  $n+1$ .