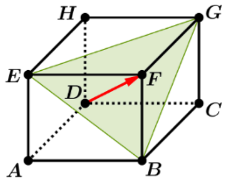
Exercice01: ABCDA'B'C'D' est un cube et AB=a (a est un réel strictement positif).
Calculer les produits scalaires suivants :
$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AC'}$; $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC'}$; $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD'}$; $\overrightarrow{DB'}\cdot\overrightarrow{BC'}$

Exercice02 : $ABCDEFGH$ un cube tel que : $AB=1$
On se place dans le repère $\left(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD};\overrightarrow{AE}\right)$ 1) Démontrer que le vecteur $\overrightarrow{DF}$ est normal au plan (EBG)



2) En déduire une équation cartésienne du plan (EBG).

Exercice03: $ABCDEFGH$ un cube tel que : $AB=1$ avec I le milieu du segment $[EH]$ et J le milieu de $[EF]$

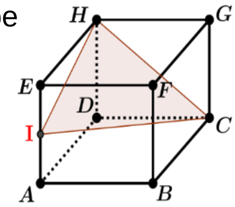
1) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{FI}$ et $\overrightarrow{CJ}$ sont orthogonaux

2)l'espace étant rapporté au repère $\left(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD};\overrightarrow{AE}\right)$

a)déterminer les coordonnées des points F ; C ; I et J

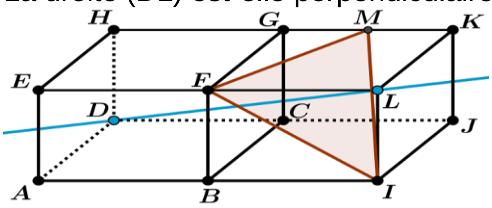
B)Montrer que $\overrightarrow{FI}\cdot\overrightarrow{CJ}=0$ et en déduire que $\overrightarrow{FI}$ et $\overrightarrow{CJ}$ sont orthogonaux

Exercice04 : $ABCDEFGH$ un cube tel que : $AB=1$
Et I est le milieu du segment [AE].
On se place dans le repère $\left(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD};\overrightarrow{AE}\right)$



1) Déterminer un vecteur normal au plan (CHI).
2) En déduire une équation cartésienne du plan (CHI).

Exercice05 : Deux cubes d'arête 1, sont disposés comme indiqué sur la figure.
M est le milieu du segment [GK].
La droite (DL) est-elle perpendiculaire au plan (FMI)?



Exercice06: On se place dans un repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ et on considère les plans d'équations respectives (P_1) $x-2y+z+5=0$ et (P_2) $4x+y-z-2=0$
Déterminer une équation cartésienne du plan (P) perpendiculaire à (P_1) et (P_2) passant par le point A (2 ; -1 ;1).

Remarque : dans tous les exercices suivants l'espace rapporté a un repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$

Exercice07 : on considère les points $A(-1;1;2)$ et la droite : $(D)\begin{cases} x=t \\ y=-1 \\ z=1-2t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$

1) On considère la fonction f dénie sur R par f(t) = AM où M est un point de D de paramètre t.
Déterminer f(t) en fonction de t puis le minimum de f. Conclure. <u>Méthode 2</u>
2.a) Déterminer une _équation cartésienne du plan P perpendiculaire à (D) passant par A.
2.b) Déterminer les coordonnées du point H, intersection de P et D.
2.c) Conclure.

Exercice08: on considère les points $A(1;0;1)$ et $B(6;-1;0)$ et le vecteur: $\vec{n}(-1;2;2)$
1)déterminer une équation cartésienne du plan (P) passant par A et de vecteur normal $\vec{n}$
2)Donner une représentation paramétrique de la droite (Δ) orthogonal au plan (P) et passant par B
3)déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite (Δ) et le plan (P)
4) déterminer la distance entre B et le plan (P)
5) déterminer l'équation cartésienne de la sphère (S) de centre B et de rayon $r=\sqrt{2}$ et étudier l'intersection du du plan (P) et la sphère (S)
6)Déterminer un vecteur normal au plan (Q) perpendiculaire au plan (P)

Exercice09: on considère le plan (P) et la sphère (S) d'équations cartésiennes
(P) : $x-2y+2z-2=0$ (S) : $x^2+y^2+z^2-2x+2z+1=0$
1) déterminer le centre Ω et le rayon R de la sphère (S)
2) monter que le plan (P) est tangent a la sphère (S) en un point que l'on déterminera
3) vérifier que $B(1;0;0)\in(S)$ et Donner une équation cartésienne du plan (Q) tangent a la sphère (S) en B

Exercice10: on considère les plans d'équations respectives (P) $x-y+z=0$ et (Q) $2x+3y+z-6=0$

et la sphère (S) de centre $\Omega(1;2;4)$ et tangente au plan (P) et soit la droite (Δ) qui passant par Ω et perpendiculaire au plan (Q)

1) monter que les plans (P) et (Q) sont orthogonaux

2)a) déterminer l'équation cartésienne de la sphère (S)

b)déterminer le point de tangence de (P) et (S)

3)a) déterminer le point d'intersection de (Δ) et (Q)

b) Montrer que le plan (Q) coupe la sphère (S) suivant une cercle dont on déterminera le centre et le rayon

Exercice11: étudier la position relative de la sphère (S) et la droite (D) dans les cas suivants :

1) (S) : $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=6$

et la droite (D) passant par $A(2;4;-2)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(3;1;5)$

2) (S) : $x^2+y^2+z^2-2x+2y-1=0$

et la droite (D) passant par $A(-1;1;2)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(1;2;0)$

3) (S) : $x^2+y^2+z^2+4x+2y-1=0$

et la droite (D) passant par $A(1;3;-3)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(1;1;-2)$

Exercice12: on considère l'ensemble (S_m) des points $M(x;y;z)$ de l'espace qui vérifient l'équations

(S_m) : $mx^2+my^2+mz^2-2(m-1)x+2y+2z=0$

Avec m un paramètre non nul

1) monter que (S_m) est une sphère pour tout $m\in\mathbb{R}^*$

2) monter que tous les sphères se coupent suivant un seul cercle dont on déterminera le centre et le rayon

Exercice13: on considère la sphère (S) d'équation cartésienne ; (S) : $x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z-3=0$

Et le plan (P) d'équation : (P) $x+2y+2z+2=0$

1) monter que le plan (P) est tangent a la sphère (S)

2) Donner une équation cartésienne du plan (Q) tangent a la sphère (S) en $B(3;2;0)$

3) monter que les plans (P) et (Q) sont orthogonaux

4) soit (D) la droite passant par $C(1;1;1)$ et parallèle aux plans (P) et (Q)

a) Donner une représentation paramétrique de (D)

b) Montrer que la droite (D) coupe la sphère (S) en deux points

Exercice14: dans l'espace rapporté a un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ on considère les deux droites :

(Δ) : $\dfrac{x+3}{2}=y-1=\dfrac{z-2}{2}$ et $(D)\begin{cases}x=2+t\\y=1+2t\\z=-1-2t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$

1) Montrer que les droites (D) et (Δ) sont orthogonaux

2) Donner une équation cartésienne du plan (P) qui contient la droite (D) et parallèle a (Δ)

3) Donner une équation cartésienne du plan (Q) qui contient la droite (Δ) et perpendiculaire au plan (P)

4) a)Donner une représentation paramétrique de la droite (Δ') l'intersection des plans (P) et (Q)

b)déterminer les coordonnées du point d'intersection A' des droites (Δ') et (D)

Exercice15: on considère le plan (P) d'équation : (P) $x-y+z=0$ et le plan (Q) de représentation paramétrique : $(Q)\begin{cases}x=1-t+t'\\y=-1+3t-t'\\z=1+t+t'\end{cases}$

1) a)Donner une équation cartésienne du plan (Q)

b) Montrer que les plans (P) et (Q) sont perpendiculaires

c)Donner une représentation paramétrique de la droite (D) l'intersection des plans (P) et (Q)

2)soit la droite : (Δ) : $x-3=\dfrac{y-2}{3}=z-2$

a) déterminer les coordonnées des points S et T d'intersections de la droite (Δ) et les plans (P) et (Q) respectivement

a) déterminer les coordonnées des points E et F qui appartiennent à la droite (Δ) et qui se trouve à une distance de $\sqrt{3}$ du plan (P)

Exercice16: on considère l'ensemble (S) des points $M(x;y;z)$ de l'espace qui vérifient :

(S) : $\begin{cases}x=\dfrac{1}{2}+2\cos\alpha\cos\theta\\y=-1+2\sin\alpha\sin\theta\\z=1+2\cos\alpha\end{cases}$ $(\alpha;\theta)\in\mathbb{R}^2$

Donner la nature de l'ensemble (S)